دراسة مقارنة بين أوزان مختلفة على نوع من الحلقات: الوزن المتجانس و الوزن لي

إعداد

رحمه عطيه العمري

بحث مقدم لنيل درجة الماجستير في العلوم

إشراف

د. عادل نايف الأحمدي

د. نجاة محمد مثنى

كلية العلوم –قسم الرياضيات

جامعة الملك عبدالعزيز

المملكة العربية السعودية –جدة

٢٠١٧ م - هـ ١٤٣٨

في آخر العقدين الماضيين ظهرت كثير من الأبحاث في نظرية الترميز، وبشكل خاص دراسة الترميز على حلقات فروبينيوس، والتي تعتبر أكبر عائلة من الحلقات لدراسة لنظرية الترميز وفقا ل وود في عام ١٩٩٩ م، والتي تم نشر كثير من الأبحاث عليها. وعلاوة على ذلك، فإن تطابقات ماك ويليامز متحققة على نظرية الترميز المعرفة على هذه الحلقات. تمت دراسة العديد من حلقات فروبينوس المختلفة ضمن هذا السياق لأسباب ودوافع مختلفة، مما أدّى إلى الحصول على العديد من النتائج المختلفة. وقد تم الاهتمام في تلك الأبحاث على دراسة نظرية الترميز على العديد من حلقات فروبينيوس Z_4 ، Z_p^k، حلقات جالويس، حلقات السلسلة المحدودة، $F_2 + vF_2$، $F_2 + uF_2 + vF_2 + uvF_2$، R_k، $R_{k,m}$، إلى آخره .

ومن المواضع المهمة في نظرية الحلقات درسة دوال الوزن المختلفة، ويعتبر الوزن الكلاسيكي هو وزن هامنق وهو الوزن المعتاد للعديد من النتائج، خاصة بالنسبة للرموز على الحقول المحدودة، والتي تهتم بالنتائج المهمة المتعلقة بالقدرة على تصحيح الخطأ للرمز. وعلاوة على ذلك، فقد تم دراسة أوزان أخرى في سياقات مختلفة لأغراض مختلفة، ومن بين هذه الأوزان وزن روسنبلووم تسفاسمان المتري، وزن لي المتري، ووزن الرتبة المتري والوزن المتجانس. وقد كانت أول دراسة للأوزان المتجانسة من قبل I.كونستانتينسكو و W. هيس في عام ١٩٩٧ م ، وفي وقت لاحق تمت دراسة تلك الأوزان على حلقات فروبينوس التي كتبها م. غريفيراث، ج. ماكغوير و م. سولفيانز في عام ٢٠٠٦ م ، غريفيراث وشميت في عام ٢٠٠٠ م و ت. هونولد في عام ٢٠٠١ م.

المؤلفون ب. يلديز و ج. كيليبيك وضعوا الصورة النهائية للوزن المتجانس المعرفة على عائلة حلقة R_k مع الدالة الرمادية. وذلك باستخدام رموز ريد-مولر من الدرجة الأولى ، وباستخدام الدالة تم الحصول على رموز خطية ثنائية ذات جودة عالية.

في هذه الرسالة سوف نقدم بعض أساسيات الرموز على نوع من الحلقات ونرمز له بالرمز $S_{q,m}$ مع الوزن لي والدالة الرمادية . باستخدام النتائج النظرية حول الوزن المتجانس نجد صيغة موحدة للوزن المتجانس على الحلقة $S_{q,m}$ ، بواسطة تعيين قيمة محددة للمتوسط الوزن ، يمكننا العثور على الدالة الرمادية المرتبطة بها.

وباعتبار لي-الدالة الرمادية و المتجانس-الدالة الرمادية رموز من الحلقة $S_{q,m}$ الى F_qسوف نقارن بين هذين الوزنين بالنظر لاصغر قيم المسافات لصور الدالة الرمادية على الحلقة $S_{q,m}$. لدينا بعض المقارنات النظرية وكذلك بعض النتائج العددية .

A comparative study of different weights on a class of rings: The homogenous weight vs The Lee weight

By

Rahmah Atiah Alomari

A thesis submitted for the requirements of the

degree of Master of Science

Supervised by

Dr. Adel Naif Al-Ahmadi

Dr. Najat Mohammad Muthana

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

FACULTY OF SCIENCE

KING ABDULAZIZ UNIVERSITY

JEDDAH, SAUDI ARABIA

1438 A. H – 2017 C.E.

A great deal of interest has been given to codes over finite rings in the last two decades.Particularly,the family of Frobenius rings,which proved to be the largest family of rings to study for coding theory,according to J.Wood in 1999 CE,have generated a lot of research.Moreover,MacWilliams identities hold for codes over these rings.Many diff erent Frobenius rings were studied within that context for reasons and motivations,leading to many results.Among the rings we study most often,we can name Galois rings, finite chain rings,etc. Various weight functions have also been of quite some interest in coding theory.The classical weight,that is the Hamming weight,is the usual weight most times,especially for codes over finite fields,as that leads to important results concerning the error cor rection capability of the code.Other weights have been for other applications. Among these weights are the Rosenbloom metric,the Lee metric and the homogeneous weight. Homogeneous weights were first introduced by I.Constantinescu and W.Heise in 1997 CE and later were considered within the confines of Frobenius rings by M.Greferath and S.E. Schmidt in 2000 CE.Various authors have defined, Lee weights for these rings together with suitable distance preserving Gray maps that map the codes to the corresponding binary codes. In this thesis,we will provide background for codes over a family of rings that we denote by Sq,m,together with a Lee weight over this ring with its associated Gray map. Using theoretical results about the homogeneous weight and the generating character we find a unique form for the homogeneous weight on Sq,m.Then,by assigning a specific value to the average weight,we find an associated Gray map for the homogeneous weight.Since both the Lee-Gray map and the homogeneous-Gray map map codes over Sq,m to codes over Fq, we compare the two weights by looking at the minimum distances of the